

수중 실험 데이터 기반 터보 부호 성능 분석

성하현¹ · 정지원[†]

(Received April 7, 2015 ; Revised October 12, 2015 ; Accepted December 7, 2015)

Performance analysis of turbo codes based on underwater experimental data

Ha-Hyun Sung¹, Ji-Won Jung[†]

요약: 수중에서의 음향 통신의 성능은 신호의 다중경로 전달과정에 의해 발생하는 지역 확산 현상으로 인하여 인접 심볼간 간섭의 영향을 받는다. 이러한 다중경로의 영향으로 신호는 왜곡되고 원활한 수신을 방해하게 된다. 이러한 다중 경로 환경에서 본 논문에서는 수신 신호의 성능을 향상시키고자 수중통신에 적합한 반복부호를 설정하였다. 적용 가능한 반복부호로는 터보 부호와 BCJR 기반의 컨볼루션 부호가 있으며, 동일한 부호화율 및 비슷한 부호어 길이에서 터보 부호의 성능을 비교 분석하였다. 본 논문에서는 경북 문경시 경천호에서의 실제 수중 실험을 통하여 두 가지 방식의 성능을 분석하였다. 송수신 거리가 400m 그리고 데이터 속도를 1Kbps에서 측정된 실제 데이터를 이용하였다. 실험 결과 컨볼루션 부호 기반의 BCJR 복호기는 81%의 성공률, 터보 부호 기반의 터보 등화기는 93%의 성공률을 나타내는 것으로 보아 터보 부호 기반의 터보 등화기가 성능이 약간 우수함을 알 수 있다.

주제어: 다중경로, 심볼간섭, 수중통신, 터보 부호, 터보 등화기

Abstract: The performance of underwater acoustic communication systems is sensitive to inter-symbol interference caused by delay spread developed from multipath signal propagation. The multipath nature of underwater channels causes signal distortion and error floor. In order to improve the performance, it is necessary to employ an iterative coding scheme. Of the various iterative coding schemes, turbo code and convolutional code based on the BCJR algorithm have recently dominated this application. In this study, the performance of iterative codes based on turbo equalizers with equivalent coding rates and similar code word lengths were analyzed. Underwater acoustic communication system experiments using these two coding techniques were conducted on Kyeong-chun Lake in Munkyeong City. The distance between the transmitter and receiver was 400 m, and the data transfer rate was 1 Kbps. The experimental results revealed that the performance of turbo codes is better for channeling than that of convolutional codes that use a BCJR decoding algorithm.

Keywords: Multi path, Inter-Symbol Interference, Underwater acoustic communication, Turbo codes, Turbo equalizer

1. 서론

수중에서 전파는 급격한 감쇠 특성을 갖기 때문에 수중에서의 무선통신에는 음파를 이용하여 통신하게 된다. 또한, 다양한 해양환경의 변화에 따라 시·공간적 변동성을 가지며, 특히 연안 지역과 같은 천해에서는 잔향 및 다중경로 등에 의해 신호가 크게 왜곡되게 된다[1]. 따라서 수중통신을 원활하게 하기 위해서는 채널 특성을 결정하는 해면, 해저, 수심 등의 시공간 변화에 의한 다중경로 특성이나 도플러 확산이 시스템의 설계에 고려되어야 한다. 특히 천해에서의 다중경로는 해면의 시변 산란에 의해 도플러 확산과 직접파에 혼입되어 통신 채널의 특성을 좌우하게 된다. 이러한 음향 채널 특성의 시공간적인 변화는 디지털 수중음향 통신에서 송신하는 심볼 간의

상호간섭(Inter-Symbol Interference : ISI)을 일으켜 통신 시스템의 성능을 저하하게 된다[2]. 따라서 이러한 비선형 복합 채널을 가지는 수중통신에서, 시간에 따라 채널의 특성이 매우 빠르게 변하는 시변 특성을 가지는 채널이므로, 이를 신뢰성이 있게 올바르게 복조하기 위해서는 여러 특성을 고려한 채널 부호화 방식과 적응 등화기의 기술이 매우 중요하다[3].

논문[4]에서는 수중 통신 적용가능한 반복부호 알고리즘인 LDPC부호, 컨볼루션 부호, 터보 부호에 대해 컴퓨터 시뮬레이션에 의하여 성능 분석하였다. 성능 분석 결과 터보부호와 BCJR기반의 컨볼루션 부호가 효율적임을 증명하였다. 컴퓨터 시뮬레이션은 실제 수중 실험과 성능차이가 크므로 논문[5]에서는 BCJR기반의 컨볼루션 부호를 수중 실험을 통해

[†] Corresponding Author (ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9467-2478>): Division of Radio Frequency Engineering, Korea Maritime and Ocean University, 727, Taejong-ro, Yeongdo-gu, Busan 49112, Korea, E-mail: jwjung@kmou.ac.kr, Tel: 051-410-4425

¹ Department of Marine Engineering, Korea Maritime and Ocean University, E-mail: hhsung@kmou.ac.kr, Tel: 051-410-4290

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>), which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

성능 분석하였다. 이에 본 논문에서는 이러한 다중 경로 환경에서 원활한 통신과 함께 수신 신호의 성능을 향상시키기 위하여 낮은 SNR 에서 우수한 성능을 보이는 반복 부호화 기법인, 터보 부호[6]에 대하여 분석하고, 수중 통신에 적합한 반복 부호를 성능 및 부호화 길이, 등화기 적용 가능성 등의 파라미터를 기반으로 수중통신에 적합한 두가지 채널부호인 컨볼루션 부호와 터보 부호 중 효율적인 채널 부호화 기법을 선택한다. 본 논문에서는 왜곡된 데이터를 보상하기 위한 기법인 결정 궤환 등화기(DFE : Decision Feedback Equalizer)와의 결합을 통하여 터보 등화기[7]의 수중 통신 시스템에서의 적합성을 통해 문경 경천호 에서의 실험에서 획득한 실제 데이터를 이용하여 성능을 분석하였다.

2. 수중통신에서의 반복기반의 송수신구조

터보 등화기는 기존의 등화기보다 좋은 성능을 보이지만 원래 MAP(Maximum a Posteriori) 알고리즘을 사용하기 때문에 복잡도가 채널 길이 등에 대해 지수 적으로 증가하는 단점이 있다[8]. 이러한 이유로 인해 터보 등화기의 복잡도를 줄이기 위한 방법으로 MAP 등화기보다 복잡도가 적은 선형 등화기나 결정 궤환 등화기를 사용하는 방법이 있는데 본 논문에서는 결정 궤환 등화기를 갖는 터보 등화기를 고려하였다. Figure 1은 반복 부호를 기반으로 터보 등화기의 송수신 모델이다. Figure 1에서 기존의 수중 통신 모델은 컨볼루션 부호화 기법과 연관성 기반 비터비 복호기를 적용하나, 본 논문에서는 수중에서 발생하는 다중 경로를 제거하기 위한 반복 부호와 등화기를 반복시키는 반복 기반의 터보 등화기를 모델로 하여 실험하였다.

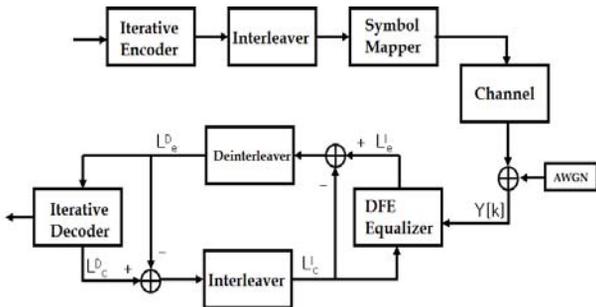


Figure 1: Model of the turbo equalization in baseband

데이터는 채널 부호화기를 거치고 난 뒤 인터리버, 심벌 매핑 후 변조기를 통과한다. 전송된 심벌은 채널을 통과한 후 백색 가우시안 잡음이 더해진다. 수신단의 터보 등화기는 등화기와 복호기로 구성되어 있으며, 등화기와 복호기는 인터리버와 디인터리버를 통해 연결되어 서로의 정보를 반복해서 갱신한다. 인터리버는 송신 측에서 한 개 블록 크기의 부호기 출력값을 재배치시키고, 디인터리버는 인터리버의 역과정을 거쳐 송신 신호를 복원한다. 복호기에서 출력한 피드백 정보는 다시 인터리빙 과정을 거쳐 정정된 신호를 등화기에 재입력한다.

송신된 신호는 수중채널을 거치고 백색 가우시안 잡음이 더해져 수신된다. 기저대역으로 변환한 후 L_c^I 는 결정 궤환 등화기의 출력 값으로 수신 신호로부터 등화기에서 추정된 외부 입력 값이다. $y[k]$ 를 k 시점에서의 등화기 입력 값이라 하면, 등화기의 출력은 식 (1)과 같이 정의할 수 있다[4][5][7].

$$L_c^I[k] = \sum_{i=0}^{N_c-1} c_i[k]y[k-i] - \sum_{j=1}^{N_c} b_j[k]L_c^I[k-j] \quad (1)$$

$c_i[k] (i=0,1,\dots,N_c-1)$ 는 k 시점에서의 피드포워드 탭 계수이며 $L_c^I[k]$ 는 정상도 상에서 $L_c^I[k]$ 에 가장 가까운 점들인 slicer 출력 값이다. 일반적으로 결정 궤환 등화기에서 피드포워드와 피드백 계수들을 갱신하는 알고리즘은 다음과 같이 주어진다.

$$c_j[k+1] = c_j[k] - \mu e_D[k]y[k-i] \quad (2)$$

$$b_j[k+1] = b_j[k] + \mu e_D[k]L_c^I[k-i]$$

μ 는 수렴상수이고 $e_D[k] = L_c^I[k] - \widehat{L}_c^I[k]$ 는 DD (Decision-directed) 오차로써 결정 궤환 등화기의 출력으로부터 추정된 $L_c^I[k]$ 와 slicer 출력 값인 $\widehat{L}_c^I[k]$ 의 오차를 이용하여 피드백을 통하여 결정 궤환 등화기의 출력 오차를 줄이는 계수 값인 $c_j[k+1], b_j[k+1]$ 를 갱신하기 위하여 사용된다. SAG(Stop And Go) 알고리즘을 사용하는 경우에 필터 탭 계수는 아래 식 (3)을 통해 갱신되며, 여기서 $f[k]$ 는 식 (4)와 같이 정의된다.

$$c_j[k+1] = c_j[k] - \mu f[k]e_D[k]y[k-i] \quad (3)$$

$$b_j[k+1] = b_j[k] + \mu f[k]e_D[k]L_c^I[k-i]$$

$$f[k] = \begin{cases} 1 & \text{if } \text{sgn}\{e_D[k]\} = \text{sgn}\{e_s[k]\} \\ 0 & \text{if } \text{sgn}\{e_D[k]\} \neq \text{sgn}\{e_s[k]\}, \end{cases} \quad (4)$$

$\text{sgn}\{\cdot\}$ 은 아래와 같이 정의되는 시그넘 함수이며, $e_s[k]$ 는 식 (6)과 같은 Sato 오류이다.

$$\text{sgn}\{x\} = \begin{cases} -1 & \text{when } x < 0 \\ 0 & \text{when } x = 0 \\ +1 & \text{when } x > 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$e_s[k] = L_c^I[k]y[k] - \gamma \text{sgn}\{L_c^I[k]\} \quad (6)$$

여기서 γ 는 적절한 상수 값이다. L_c^D 값은 결정 궤환 등화기의 출력 값 L_c^I 와 L_c^I 의 차를 디인터리빙하여 계산되어져 반복 복호기로 입력되어진다. 반복 복호기에서 추정되어진 외부 입력 값 L_c^D 은 식 (7)과 같이 구할 수 있다.

$$L_c^D = \log \frac{P(x=+1)}{P(x=-1)} \quad (7)$$

외부 입력 값 L_c^D 는 복호기의 출력 값으로써 사후 확률 값을 계산하여 0 또는 1의 오류 값을 보정할 수 있는 값이다. 이러한 L_c^D 와 L_c^I 의 차이 값을 다시 인터리빙하여 L_c^I 를 계산하여 결정 궤환 등화기에 입력된다. L_c^I 를 업데이트 하여 오류 값을 보정하는 방법을 취하게 되는데, 반복횟수가 늘어남에 따라 업데이트하는 오류 보정 값이 송신하고자 하는 원 신호에 가깝게 되어 BER 성능이 향상되게 된다.

3. 적용 가능한 반복부호 기법

Figure 1의 시스템 모델에서 반복부호기법으로 적용될 수 있는 부호화 방식은 터보부호, BCJR 기반의 컨볼루션 부호가 있다. 두 가지 방식 모두 복호 알고리즘이 식 (7)의 외부 입력 값을 출력하여 다음 반복 시 활용함으로써 성능을 향상시키는 기법이다.

BCJR 알고리즘은 1974년 처음 제안한 저자 네 명의 이름 첫 글자를 따서 BCJR 이라 불리며 MAP 알고리즘이라고도 한다. BCJR 알고리즘은 각 입력 정보 비트의 사후 확률을 계산하여 입력 정보 비트의 오류가 최소가 되도록 복호를 한다. BCJR 알고리즘은 이산 무 기억 채널을 통하여 전송된 Markov source의 상태와 천이에 대한 APP(A Posteriori Probability)를 얻기 위하여 제안되었으며, 격자 부호(trellis decoding)에 대하여 심벌의 오류율을 최소화하는 알고리즘이다[8].

수중통신의 패킷에서는 큰 사이즈의 블록 길이를 요구하고 있지 않고 등화기와 결합 편이성이 중요하기 때문에 터보 부호의 적용이 수중 통신에서는 효율적이다.

기존의 이진 바이너리 구조의 터보 부호기는 높은 SNR에서 오류 마루 현상이 존재하는 단점을 가지고 있다. 따라서 오류 마루 현상을 극복할 수 있는 터보 부호기 기법으로써 터보 Pi 부호기를 사용한다. 이러한 터보 Pi 부호화는 기존의 이중 바이너리 구조를 이용하는 터보 구조와 동일하며, 단지 16 상태를 이용하는 구조이다.

기존의 터보 부호화는 3개의 메모리를 가지며 8-상태로 구성되어 있다. 본 논문에서 적용한 터보 Pi 부호화는 4개의 메모리를 가지며 16개의 상태를 이용하여 각각의 상태가 가지는 해밍 거리 차이를 더 크게 만들어 오류 마루 현상을 제거할 수 있는 구조이다[8].

터보부호의 부 복호에는 본 논문에서 앞서 설명한 BCJR 알고리즘의 MAP(Maximum a posteriori)알고리즘을 적용하는 것과 동일하며, 두 개의 부호화기와 사이에 인터리버를 첨가함으로써 성능을 향상시키는 알고리즘이다.

참고문헌[4]에서는 이미 터보 부호화를 적용한 터보 등화기를 구성하여 수중 전송 모델을 제시하였지만, 이는 해상 환경에서 채널 응답만 측정하여 측정된 값을 채널로 하여 컴퓨터 시뮬레이션 하여 성능 분석한 논문이다. 따라서 본 논문에서는 4장에서 실제 신호를 적용하여 수신된 신호를 성능 분석한 실험 결과를 제시한다.

4. 수중 실험 환경 및 패킷 구조

4.1 문경 경천호 실험 환경

송신기로는 Neptune 사의 D/17 모델을 사용하였고, 수신기로는 B&K 8106을 사용하였다. 실험은 Figure 2와 환경으로 경북 문경시 경천호에서 수행 되었다. 실험 시기는 2014년 3월 초로 수면 상태는 바람에 의한 영향이 있었으며 송수신기 사이의 거리는 약 400m로 하였다. 그리고 송신기는 수면 아래 2m, 수신기는 30m 아래 위치하였다. 반송파 주파수와 샘플링 주파수는 각각 16kHz 및 192kHz로 하였으며, 전송률은 1kbps로 하였다.

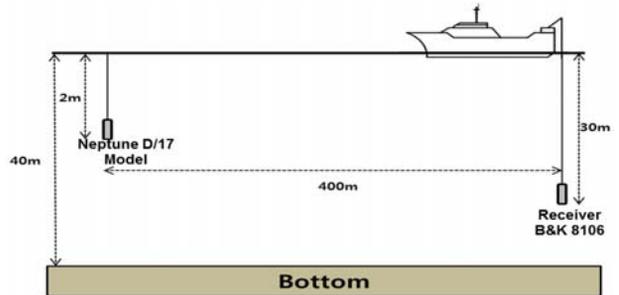


Figure 2: Experimental environment of Munkyeong lake

실험 해역에서 측정된 채널 전달 특성을 나타낸 것이다. 측정을 위해 약 2kHz 대역폭을 갖는 0.2sec 길이의 LFM(Linear Frequency Modulation)신호를 주기적으로 약 1000회 가량 송신하였다. Figure 3은 채널 응답 특성으로 송수신된 LFM 신호의 상관관계를 이용하여 모형화 한 것으로 다중 경로에 따른 영향을 받는 것을 확인할 수 있다. 이는 수면에 반사되는 반사파 그리고 바닥에서 반사되어 들어오는 신호들이 있다는 것을 의미한다.

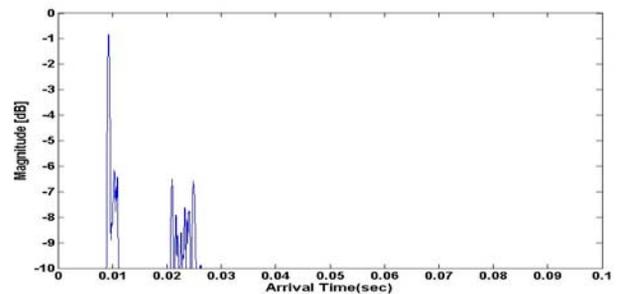


Figure 3: Channel impulse response

본 논문에서는 기존의 터보 등화기 기반의 반복 부호를 수중에 적용하기 위하여 수중 채널 환경의 다중 경로에 대응하기 위한 패킷 구조 등이 기존의 무선 통신에서 차이를 보인다. 수중 통신에서 적합한 채널 부호어의 크기, 패킷 길이, 채널 정보를 획득하기 위한 프리앰블의 크기 등이 성능에 영향을 미치므로 본 논문에서는 여러 실험을 통해 아래와 같은 구조를 제시한다. 실험을 위한 패킷 구조는 아래 Figure 4와 같다.

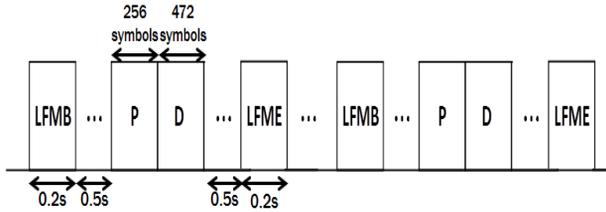


Figure 4: Packet structure

가장 먼저 0.2초 동안 신호의 전송 시작을 알기 위한 LFMB(Linear Frequency Modulation Begin) 신호를 보내고 0.5초 동안의 사일런스 구간을 둔 뒤, 전송 데이터 패킷, 다시 0.5초 동안의 사일런스 구간, 마지막으로 신호의 끝을 나타내는 0.2초 동안의 LFME(Linear Frequency Modulation End) 신호가 한 패킷으로 구성되어 있다. 본 논문에서는 데이터 패킷 내에서도 다른 부호방식을 적용하여 실제 데이터를 이용하여 오류율을 분석하였다. 본 논문에서는 실험환경 및 패킷 구성은 논문[5]에서 제시된 컨볼루션 부호의 성능과 비교하기 위해 모든 조건을 동일하게 설정하여 오류율을 비교 분석하였다.

5. 실험 결과 분석

실제 실험은 Table 1의 파라미터를 이용하여 수행되어 졌다. 데이터 속도는 1kbps, 중심 주파수는 16kHz, 샘플링 주파수는 12배인 192kHz를 적용하였다. 컨볼루션 부호화 방식을 적용하였으며, 변조는 QPSK 변조 방식을 적용하였다. 본 논문에서는 Table 1과 같이 반복부호별 적용된 파라미터를 나타내었다. 두 가지 부호화 방식에서 모두 동일한 부호화율과 서로 가장 유사한 원 데이터 길이와 부호화 길이를 적용하였으며, 본 논문에서는 터보코드(원 데이터 길이 $K = 472$ bits, 부호화 길이 $N = 944$ bits, BCJR 기반의 컨볼루션 부호 역시 동일한 부호 길이를 설정하였다.

Table 1: Experimental parameters

Coding	Convolution code	$r=1/2, k=472, N=984,$ 16state
	Turbo code	$r=1/2, k=472, N=944,$ 64state
Modulation (QPSK)	Bit rate	1k bps
	f_c	16k Hz
	f_s	192k Hz
Distance	400m	
Depth	Transmitter : 30m	
	Receiver : 2m	

본 논문에서는 Figure 4와 같은 패킷 구조로 총 16번의 동일한 데이터를 반복으로 전송하였다. Table 2는 논문[5]에서 제시된 컨볼루션 부호 기반의 BCJR 복호기를 이용한 터보 등화 기법 성능이며 Table 3은 터보 부호기반의 터보 등화 기법 성능이다. Table 2와 Table 3에서는 터보 등화 복호 이전의 오류율은 LMS-DFE 출력단에서 오류를 측정하였으며, 일정한 반복횟수에서 각각의 부호화 방식에 따

른 오류율을 나타낸다. 먼저 Table 2에서 16번의 시도 중 13번이 오류를 완벽히 정정함을 알 수 있으며, Table 3에서는 15번의 오류가 완벽히 정정됨을 알 수 있다. 반복횟수는 평균 1회 ~3회 정도에 오류가 정정됨을 알 수 있으며, 복호기 입력단의 오류율이 10^{-1} 이하이면 모두 복호 가능함을 알 수 있다. 터보 부호의 경우에는 7번째와 8번째를 비교하여 보면 오류율 10^{-1} 이 초과되더라도 오류를 정정하는 경우와 오류율 10^{-1} 이 안되더라도 오류가 정정이 되지 않은 현상을 발견할 수 있는데 이는 인터리버의 사이즈에 따른 성능 차이라고 결론지을 수 있다. 전체적으로 보면 컨볼루션 부호 기반의 BCJR복호기는 81%의 성공률, 터보 부호 기반의 터보 등화기는 93%의 성공률을 나타내는 것으로 보아 터보 부호 기반의 터보 등화기가 성능이 약간 우수함을 알 수 있다.

Table 2: Experimental results of BCJR equalizer

Time	LMS-DFE	BCJR-Eq	iteration
1	1.7×10^{-1}	0	3
2	0.68×10^{-1}	0	1
3	0.21×10^{-1}	0	1
4	1.2×10^{-1}	0.084×10^{-1}	3
5	4.2×10^{-1}	4.68×10^{-1}	3
6	0.14×10^{-1}	0	1
7	0.80×10^{-1}	0	1
8	0.91×10^{-1}	0	1
9	0.84×10^{-1}	0	1
10	0.44×10^{-1}	0	1
11	0.31×10^{-1}	0	1
12	1.2×10^{-1}	0.063×10^{-1}	3
13	0.94×10^{-1}	0	1
14	0.24×10^{-1}	0	1
15	0.14×10^{-1}	0	1
16	1.0×10^{-1}	0	2

Table 3: Experimental results of Turbo equalizer

Time	LMS-DFE	TEQ	iteration
1	0.33×10^{-1}	0	1
2	0.14×10^{-1}	0	1
3	0.13×10^{-1}	0	1
4	1.01×10^{-1}	0	1
5	0.28×10^{-1}	0	1
6	0.15×10^{-1}	0	1
7	5.01×10^{-1}	0	1
8	0.31×10^{-1}	4.78×10^{-1}	3
9	0.23×10^{-1}	0	1
10	0.27×10^{-1}	0	1
11	0.27×10^{-1}	0	1
12	1.6×10^{-1}	0	3
13	0.03×10^{-1}	0	1
14	0.06×10^{-1}	0	1
15	0.95×10^{-1}	0	1
16	1.00×10^{-1}	0	1

6. 결 론

다중 경로 환경에서 원활한 통신과 함께 수신 신호의 성능을 향상시키기 위하여 낮은 SNR에서 우수한 성능을 보이는 반복 부호화 기법인 BCJR 기반 컨볼루션 부호, 터보 부호에 대하여 분석하였다.

동일한 부호화율 및 비슷한 부호어 길이에서 터보 등화기 기반의 성능을 분석하였다. 수중 채널 데이터는 실제 문경 경천호에서 송수신 거리가 400m 그리고 데이터 속도를 1Kbps에서 측정된 실제 데이터를 이용하였다. 실험 결과 볼루션 부호 기반의 BCJR복호기는 81%의 성공률, 터보 부호 기반의 터보 등화기는 93%의 성공률을 나타내는 것으로 보아 터보 부호 기반의 터보 등화기가 성능이 약간 우수함을 알 수 있다.

후 기

이 논문은 2015년도 정부(교육부)의 재원으로 한국 연구재단의 지원을 받아 수행된 기초 연구 사업입니다.(NRF-2015R1D1A1A01060931)

References

- [1] M. Stojanovic, J. Catipovic, and J. Proakis, "Phase coherent digital communications for underwater acoustic channels," *IEEE Journal of the Ocean Engineering*, vol. 19, no. 1, pp. 100-111, 1994.
- [2] P. V. Walree, *Channel Sounding for Acoustic Communications: Techniques and Shallow-Water Examples*, FFI (Norwegian Defence Research Establishment) report, 2011.
- [3] D. B. Kilfoyle and A. B. Baggeroer, "The state of art in underwater acoustic telemetry," *IEEE Journal of the Oceanic Engineering*, vol. 25, no. 1, pp. 4-27, 2000.
- [4] T. D. Park, S. R. Lee, B. M. Kim, and J. W. Jung, "Analysis of optimal iterative turbo equalizer for underwater acoustic communication," *Journal of the Korea Information and Communication Society*, vol. 38C, no. 3, pp. 303-310, 2005.
- [5] T. S. Ahn and J. W. Jung, "Experimental Performance analysis of BCJR-based turbo equalizer in underwater," *Journal of the Korean Institute of Navigation and Port Research*, vol. 39, no. 4, pp. 293-297, 2015.
- [6] M. H. Kim, T. D. Park, B. S. Lim, I. G. Lee, D. G. Oh, and J. W. Jung, "Analysis of turbo coding and decoding algorithm for DVB-RCS next generation," *Journal of the Korea Information and Communications Society*, vol. 36, no. 9, pp. 537-545, 2011.
- [7] M. Tuchler, R. Koetter, and A. Singer, "Turbo equalization : Principles and new results," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 5, pp. 754-767, 2002.
- [8] V. Franz and J. B. Anderson, "Concatenated decoding with a reduced search BCJR algorithm," *IEEE Journal of the Select. Areas Communications*, vol. 16, pp. 186-195, 1998.